



КАФЕДРА МАТФ — 20 ЛЕТ ЖИЗНИ

А.Г. Лосев, В.И. Пелих, В.Г. Ткачев

Первоначально эта статья задумывалась как обзорная для сборника «Труды кафедры МАТФ», предназначенного в основном для специалистов в области математического анализа, дифференциальных уравнений, дифференциальной геометрии, математического моделирования, в общем для математиков. Однако оказалось, что она может быть представлена на суд более широкой аудитории.

В январе 2002 года исполнилось 20 лет со дня открытия кафедры математического анализа и теории функций Волгоградского государственного университета. Данная статья является скромной попыткой выпускников этой кафедры, с помощью одного из наставников, осмыслить, хотя бы в какой-то мере, нынешнее состояние кафедры и наметить путь ее развития. Возможно, эта попытка окажется не очень удачной, хотя бы потому, что из горохового стручка весь мир кажется зеленым, но мы надеемся, что читатель не будет к нам слишком строг. Двадцать лет — срок жизни для кафедры не очень большой, но, учитывая молодость Волгоградского государственного университета, уже и не маленький. Кафедра математического анализа и теории функций (МАТФ) является не только старейшей на математическом факультете, но и, образно выражаясь, факультетообразующей. История ее становления и развития достаточно сложна и противоречива. Серьезное обсуждение этого требует неспешного осмысления, и мы отложим разговор до более весомых дат. Однако совсем игнорировать дела минувших лет не следует. Поэтому — несколько слов об истории кафедры.

Основателем, идейным вдохновителем и бесспорным стержнем кафедры МАТФ был и остается профессор В.М. Миклюков. Он же, с небольшими перерывами, возглавлял ее до 2001 года. В самом начале Владимиру Михайловичу удалось привлечь к работе молодых талантливых математиков. Не-

которые из них, в силу различных жизненных обстоятельств, работают теперь в других местах, но вклад их в становление кафедры МАТФ нельзя не заметить. Мы учились и продолжаем учиться у профессоров Александра Асатуровича Григорьяна (Imperial College, Лондон), Игоря Владимировича Журавлева (факультет региональной экономики и управления ВолГУ), Александра Васильевича Лободы (ВГАСА, Воронеж), Вадима Александровича Селезнева (НГТУ, Новосибирск), Михаила Павловича Харламова (ВАГС, Волгоград). Сейчас мы, заняв их места, сверяем свои поступки с делами наших учителей, и помогают нам не ошибиться теперь уже наши коллеги — ветераны кафедры: Владимир Абрамович Ботвинник, Александр Дмитриевич Веденяпин, Виктор Иванович Пелих, Юрий Вячеславович Помельников. Эти люди начинали наше общее дело, когда еще на недостроенном физкорпусе висел лозунг: «Без энтузиазма университет не построить!»

Становление научных интересов кафедры и их развитие неотрывно связаны с приглашением в ВолГУ в 1981 году одного из ведущих специалистов в области математического анализа, профессора Владимира Михайловича Миклюкова. В 1980 г. В.М. Миклюков защитил докторскую диссертацию на тему «Емкостные методы в задачах нелинейного анализа». Как это бывает с истинно талантливыми работами, диссертация стала даже не вехой в жизни одного человека, а зерном для роста целого поколения ученых. О научной глубине и содержательности этой работы можно уже судить по тому, что многочисленные ученики Владимира Михайловича в той или иной степени использовали и расширяли далее круг идей, представленных в диссертации.

Основной круг проблем, который исследовался в работе, касался нового подхода к исследованию целого ряда задач, лежащих на стыке математического анализа (простран-

ства обобщенных функций Соболева, теория распределения значений квазиконформных отображений), геометрической теории функций и потенциала (модульная и емкостная техника, теория концов на абстрактных поверхностях, изопериметрические методы), теории эллиптических дифференциальных уравнений и систем (обобщенный принцип максимума, теоремы типа Фрагмена — Линделефа, Лиувилля), дифференциальной геометрии в целом (минимальные поверхности). Методы работы позволили сделать настоящий прорыв в тех областях, где геометры не имели адекватного аналитического языка, и придать геометрическое содержание аналитическим проблемам.

Важно также отметить, что в это время теория минимальных (и в особенности многомерных) подмногообразий была в начале своего развития, в одном ряду с ведущими специалистами [С. Гильдебрандт (Бонн, Германия), Й. Ниче (Миннеаполис, США), Р. Оссерман, Р. Финн (Станфорд, США), акад. А.Т. Фоменко (МГУ)] у ее истоков стоял В.М. Миклюков. Теперь, спустя 20 лет, когда только в самых престижных журналах мира выходит по несколько десятков статей в год по этой тематике, становится очевидным, что выбор научной проблематики (а она значительно предопределила направление исследований многих его учеников) был точным. Наряду с научными группами МГУ (проф. В.А. Зорич, проф. И.Х. Сабитов), Новосибирска (акад. Ю.Г. Решетняк, проф. С.К. Водопьянов), Харькова (акад. А.В. Погорелов, проф. Ю.А. Аминов, проф. А.А. Борисенко), кафедра МАТФ ВолГУ заняла лидирующее положение в области нелинейного геометрического анализа.

В это же время под руководством В.М. Миклюкова начал работать один из старейших научных семинаров ВолГУ «Нелинейный анализ», составивший впоследствии ядро будущей научной школы.

Ф. Клейн противопоставлял направление в истории математики, при котором отдельные области математики развиваются независимо, другому направлению — тенденции к синтезу, отдавая предпочтение второму. Важной особенностью нового подхода к задачам, лежащим на стыке различных направлений, была разработка В.М. Миклюковым методов классической теории функций, которые могли быть использованы при изучении весьма общих объектов, таких как римановы и финслеро-

вы многообразия, поверхности с предписанной кривизной, пространства со знако-неопределенной метрикой и др.

Гибкость такого подхода прежде всего определялась тем, что методы работали «вовне», не замыкаясь только на внутренних задачах перечисленных разделов.

Поясним это на одном примере. Классические постановки задач дифференциальной геометрии связаны с исследованием формы поверхности или поведением ее внутренних характеристик (например, при удалении на бесконечность). Так как большинство известных классов поверхностей возникало в процессе решения различных вариационных задач, то параметризация поверхностей может быть описана на языке представлений, связанных с решением соответствующих уравнений Эйлера — Лагранжа. Таким образом, естественной становится интерпретация поверхности как многообразия с достаточно богатым набором функций, которые, с одной стороны, отвечают за геометрию (координатные функции, функция расстояния, гауссово отображение и т. д.), а с другой — удовлетворяют некоторым дифференциальным соотношениям. Возникает мост между двумя или более разделами математики, когда две задачи «находят друг друга», при этом, как правило, углубляя и расширяя взаимное содержание.

Одной из многих плодотворных идей, найденных Миклюковым, стало применение модульно-емкостного подхода. Будучи первоначально разработанным еще в 30—50-х годах для решения внутренних задач теории функций комплексного переменного Гречем и Альфорсом, этот метод позволил эффективно решать задачи теории поверхностей нулевой средней кривизны, качественного поведения решений эллиптических систем, пространственных квазиконформных отображений.

Дальнейшее развитие модульно-емкостный подход в применении к задачам минимальных подмногообразий, квазиконформных отображений и решений эллиптических уравнений на римановых многообразиях получил в диссертационных работах учеников В.М. Миклюкова — сотрудников кафедры МАТФ: В.И. Пелиха (1981, исследование граничных свойств минимальных поверхностей над неограниченными областями), В.А. Ботвинника (1984, использование изопериметрических методов в теории отображений с ограниченным искажением),

В.М. Кесельмана (1988, проблема конформного типа римановых подмногообразий и задача Ниче о квазиконформности гауссова отображения полных поверхностей), В.Г. Ткачева (1990, 1998, внешняя геометрия минимальных поверхностей параболического типа), А.Г. Лосева (1991, теоремы типа Лиувилля на римановых многообразиях), В.А. Клячина (1996, признаки гиперболичности поверхностей в искривленном лоренцевом произведении), А.А. Клячина (1996, емкостные оценки допустимых значений потоков максимальных поверхностей с особенностями), Ю.А. Журавлева (1994, качественные свойства дифференциальных неравенств специального вида), А.Н. Кондрашова (2000, признаки параболичности для непараметрических поверхностей в пространстве Лоренца), Е.Г. Григорьевой (2000, модульные характеристики финслеровых метрик), Р.С. Акопян (асимптотика гауссова отображения минимальных поверхностей над полуполосой).

В начале 80-х годов В.М. Миклюков начинает исследование многомерных минимальных трубок и лент. Важность изучения данного класса поверхностей нашла неожиданное подтверждение спустя несколько лет: оказалось, что трубчатые поверхности нулевой средней кривизны естественным образом возникают в физике микрочастиц. «Жизнь» микрочастицы представляет собой струну в пространстве Лоренца — Минковского. Время жизни имеет точный аналог характеристики, данной ранее В.М. Миклюковым для класса минимальных трубок, — длину протяженности. В 1982 г. В.М. Миклюков устанавливает свойство параболичности типа для минимальных трубок с бесконечным «временем жизни», определив точное неравенство на емкость произвольного «отрезка жизни». Как следствие, им получен ряд результатов об асимптотике координатных функций и характеристик гауссова отображения.

В 1986 г. В.М. Миклюков в соавторстве с А.Д. Веденяпиным предлагает оригинальный и мощный подход к исследованию трубчатых гиперповерхностей, основанный на применении специальных геометрических теорем сравнения. Метод заключается в построении специальной поверхности «обхвата», которая, обладая большей симметрией, позволяет свести задачу о трубках к задаче с меньшим набором параметров. Ключевым местом нового подхода яв-

ляется обоснование выпуклости функции обхвата, которое, в свою очередь, использует нетривиальную технику работы со средней кривизной. В дальнейшем этот метод применяется и находит свое развитие в решении близких задач учениками В.М. Миклюкова: В.Г. Ткачевым (гауссово отображение минимальных трубок, протяженность p -минимальных трубчатых гиперповерхностей и минимальных трубок с данным углом наклона вектор-потока), В.А. Клячиным (точная оценка времени жизни для минимальных поверхностей произвольной коразмерности, примеры нетривиальных минимальных трубок произвольной коразмерности), Н.В. Лосевой (1997, оценка протяженности трубчатых поверхностей с заданной средней кривизной).

В это же время В.М. Миклюковым исследуется ряд задач, которые привели к новому направлению — качественной теории решений уравнения максимальных поверхностей с особенностями. С точки зрения геометрии данный класс поверхностей является естественным обобщением поверхностей нулевой средней кривизны в пространстве Минковского. Однако в пространстве с ненулевой сигнатурой тактика исследований, по существу, отличается от принятой в евклидовом случае. Новые поверхности обладают рядом специфических особенностей. Так, например, градиент решения уравнения максимальных поверхностей всегда ограничен сверху, а само уравнение имеет смешанный тип в общем случае.

В своих первых работах по этой тематике В.М. Миклюков использует специальный прием, основанный на двойственности двумерных и минимальных поверхностей и применении емкостно-модульных оценок. Разработанный им еще в докторской диссертации метод N -средней фундаментальной частоты позволил теперь существенно обобщить теорему Ниче о минимальной поверхности над узким сектором на случай произвольных криволинейных секторов, а также получить оценки на число компонент сечения графиков решения. Им также был предложен целый ряд идей по исследованию асимптотического и граничного поведения максимальных поверхностей.

В начале 1990-х годов выходит целый ряд работ В.М. Миклюкова, В.А. Клячина и А.А. Клячина, посвященных таким вопросам теории поверхностей нулевой средней кривизны в лоренцевом пространстве, как

емкостные признаки неустойчивости экстремалей функционала площади в лоренцевом и римановом пространстве, исследование задачи о продолжении липшицевых отображений с ограничениями на градиент, поведение максимальных поверхностей вблизи сингулярностей.

Особое место в этих исследованиях занимает построенная в работах В.М. Миклюкова и А.А. Клячина теория продолжения пространственно-подобных графиков в пространстве Минковского над различными классами областей, основанная на дальнейшем синтезе методов теории квазилинейных уравнений в частных производных и конструктивной теории функций. Одним из значительных результатов построенной теории является решение задачи о восстановлении пространственно-подобных графиков с заданным набором сингулярностей. В своей недавней диссертационной работе Е.Г. Григорьева (2000) предложила распространение этих методов для пространственно-подобных продолжений липшицевых поверхностей в пространстве Минковского.

Родственным научным направлением кафедры МАТФ является изучение качественных свойств решений эллиптических уравнений на римановых многообразиях. В начале 80-х годов А.А. Григорьян (с 1993 г. профессор Imperial College, Лондон, Великобритания), используя емкостную технику оценок для решений уравнения Лапласа, получил целый ряд теорем типа Лиувилля для гармонических функций. Введенное им в рассмотрение понятие массивных компонент позволило установить поведение гармонических функций на многообразиях с концами. В настоящее время данный подход развивается в работах А.Г. Лосева (теория квазимодельных многообразий, оценка размерности пространства гармонических функций в терминах числа концов многообразия), А.Г. Лосева и Е.А. Мазепы (решение краевых задач и задачи Дирихле для уравнения Шредингера на римановых многообразиях). Класс квазимодельных многообразий позволяет представить широкий спектр результатов, которые являются точными для целого ряда линейных эллиптических уравнений.

В разное время изучением граничных свойств отображений различных классов и их приложений (теория простых концов, теоремы типа Фату и Альфорса — Данжуа, механическая интерпретация квазиконфор-

мных отображений) занимались В.М. Миклюков, Ю.В. Помельников, В.А. Селезнев (профессор НЭТИ, Новосибирск). В докторской диссертации И.В. Журавлева (профессор кафедры ММЭ, ВолГУ) дано решение ряда задач теории пространственных отображений с ограниченным искажением и проблем восстановления отображения по нормированной матрице Якоби. В работах А.В. Лободы (доцент ВГАСА, Воронеж) исследовались вопросы многомерных голоморфных отображений (приведение к нормальной форме Леви, существование биголоморфных автоморфизмов).

Одним из основных достижений в работе любой кафедры конечно же являются ее выпускники. И здесь результат работы кафедры МАТФ более чем убедительный. Многие ее питомцы ныне определяют лицо кафедры и факультета. Это д-р физ.-мат. наук Владимир Геннадьевич Ткачев — декан математического факультета; канд. физ.-мат. наук Алексей Александрович Клячин — его заместитель по учебной работе. Один из авторов этих строк помнит, как сдавал экзамены некоторым теперешним своим подчиненным. В данный момент более половины преподавателей кафедры составляют ее воспитанники: канд. физ.-мат. наук Елена Геннадьевна Григорьева, канд. физ.-мат. наук Владимир Александрович Клячин, канд. физ.-мат. наук Александр Николаевич Кондрашов, старший преподаватель Ирина Михайловна Решетникова. Некоторые, остепенившись на кафедре МАТФ, работают в других местах: канд. физ.-мат. наук Владимир Михайлович Кесельман (МАДИ, Москва), канд. физ.-мат. наук Юлия Анатольевна Журавлева (ВолГАСА, Волгоград), канд. физ.-мат. наук Наталия Владимировна Лосева (ВГИ ВолГУ, Волжский), канд. физ.-мат. наук Елена Алексеевна Мазепа (кафедра ТВ и ОУ, ВолГУ). Целый ряд их однокашников, защитив диссертации, работают почти во всех вузах региона, да и не только.

В разное время на кафедру пришли математики других школ и направлений. Это профессор Виталий Кузьмич Поливенко, канд. физ.-мат. наук Ольга Святославовна Кузнецова, старший преподаватель Алла Владимировна Шипилева. Они расширяют кругозор кафедры, делают ее более гибкой и универсальной и, стало быть, более устойчивой.

Гибкость и универсализм кафедры доказывают ее выпускники: Игорь Дувидович

Киржнер — известный в Волгограде виртуоз программирования, директор ЦИТ ВолГУ; Михаил Львович Сапуненко — ас систем (это «его молитвами» работают или не работают в ВолГУ Internet и другие сети); Михаил Привалов — который был первым и далеко не последним преуспевающим бизнесменом (не вмещайся фатальная болезнь, как знать, может быть, его имя было бы в ряду известнейших предпринимателей России).

Очень просто, получив в наследство такую кафедру, оказаться «слоном в посудной лавке». Поэтому, подводя итог двадцатилетия, мы с оптимизмом смотрим в будущее, в надежде, что все, кому небезразлична судьба кафедры МАТФ, помогут реализовать наши планы и мечты.

Каковы же те три кита, на которых стоит и, надеемся, будет стоять кафедра МАТФ? В силу исторических причин положение кафедры МАТФ отличается от того, которое обычно занимает классическая университетская кафедра. На ней возникает триединство направлений: фундаментальная математика, математическое моделирование, информационные технологии. Конечно, основой являлось и является научное направление В.М. Миклюкова «Геометрический и нелинейный анализ». Знакомство с этим направлением лучше всего начать с превосходной обзорной статьи В.М. Миклюкова в сборнике научных школ ВолГУ «Геометрический анализ и его приложения»¹. Для тех читателей, кто лишен возможности взять в руки названную книгу, приведем одну лишь цитату из нее: «Мы используем модулярно-емкостные методы геометрической теории функций комплексного переменного, соответствующим образом видоизмененные применительно к случаю гармонических функций на многообразиях. С точки зрения геометрии поверхностей нулевой средней кривизны в евклидовом и псевдоевклидовом пространствах данный подход концептуально нов. Приоритеты в развитии этого подхода принадлежат математикам Волгоградского государственного университета». Бесспорно, исследования в области фундаментальной («чистой» на цеховом жаргоне) математики являющиеся необходимым условием существования такой кафедры, как МАТФ. Интерес к этой работе ни среди молодежи, ни среди зрелых математиков не исчезнет никогда, что бы ни происходило в окружающем мире. Мы полностью согласны с расхожим утверждением: «Если за «чи-

стую» математику приговаривать к расстрелу, все равно найдутся люди, которые будут ею заниматься». Отметим, что научные исследования в данном направлении тесно связаны с учебным процессом. Большая часть спецкурсов, читаемых в рамках классической специализации «математический анализ», — это освоение новейших методов и результатов современной фундаментальной математики. А учитывая, что все эти действительно новейшие знания студенты получают непосредственно от авторов, качество фундаментального математического образования в России за счет деятельности таких кафедр, как МАТФ, остается признанным во всем мире, даже после рыночных реформаций последних лет. Если еще добавить постоянно действующие на кафедре научные семинары, которые обеспечивают непрерывное научное образование, начиная с первого курса, то вопрос определения «первого кита» кафедры и первого направления развития становится вопросом риторическим.

Отметим тех, кто продолжает работать в этом направлении. Это сотрудники и аспиранты кафедры Е.Г. Григорьева, А.А. Клячин, В.А. Клячин, А.Н. Кондрашов, О.С. Кузнецова, А.Г. Лосев, И.М. Решетникова, В.Г. Ткачев, Н.Ю. Верхоглядова, Г.А. Манкаева, С.С. Полупанов, В.В. Сергиенко, А.В. Светлов, Р.А. Тарапата, С.В. Яхонтов. Это, наконец, официально безработный профессор В.М. Миклюков, которому почему-то не нашлось сегодня достойного места в университете, для которого он создал научную школу. «Умом Россию не понять», хотя это уже стало банальным.

С самого начала в сферу интересов кафедры входило математическое моделирование. Во времена, когда еще «жили» «Баррикады» и «Красный Октябрь», кафедра занималась для них моделированием трещин в стальных слитках, с институтом «НИПИ Нефть» изучала движение вязкой жидкости в пористых средах, во ВНИИОЗе моделировала почвенное плодородие. Все это составляло «второго кита» кафедры МАТФ, который «глубоко нырнул» во времена перестройки, а теперь начал «выплывать». Движение в этом направлении связано и с научными интересами многих преподавателей кафедры, и с требованиями учебного процесса, и, скажем так, с влиянием внешней среды. Ведь сегодня, когда каждый первый выпускник школы хочет быть юристом, а

каждый второй заниматься мировой экономикой, кафедра просто обязана строить математические модели в экономике. Если любое ПТУ теперь является университетом или академией и, выдает дипломы «юрист — экономист — менеджер» и все хотят управлять и принимать решения, кто-то должен строить научную основу принятия решения. Понятно, что принятие решения в реальной проблеме управления — задача многосложная. Поэтому управление всегда считалось и до сих пор считается скорее искусством, чем наукой. Однако успехи математических методов привели к мысли о включении проблемы принятия решения в сферу математического влияния. С этой мыслью постоянно соглашаются промышленники, инженеры, экономисты и пр. К тому же довольно бедственное финансовое положение высшей школы естественным образом подталкивает к размышлениям о способах заработка денег с помощью математики, и в частности математического моделирования. Да и просто интересно применить свои знания в практических целях. Говорят, что теоретик решает те задачи, которые может, и как сам хочет, а прикладник — те, которые ему предлагают, и так, как нравится заказчику. Вряд ли стоит спорить о том, какая математика более интересна, — это вопрос веры, а за какую математику платят — знают все. В России ни за какую не платят. И здесь, как и выше, научные и практические интересы кафедры тесно связаны с потребностями учебного процесса. Кафедра ведет специализации: «математическое моделирование» (специальность «Прикладная математика»), «математические методы в гуманитарных и социально-экономических науках» (специальность «Математика»), «системный анализ» (специальность «Математические методы в экономике»). Конечно, в прикладном направлении достижения кафедры МАТФ значительно более скромные, чем в теоретическом. Однако первые в эпоху начального капитализма контакты с промышленниками и другими заказчиками уже состоялись, первые задачи прикладного математического моделирования уже решены, поэтому накопленное к данному времени количество, верится, в ближайшем будущем перейдет в качество. Думается, что это по-прежнему «второй кит», на котором стоит кафедра МАТФ, и второе, весьма перспективное, направление ее развития, потому

что в нем охотно работают В.А. Ботвинник, А.Д. Веденяпин, А.Г. Лосев, В.И. Пелих, Ю.В. Помельников, Л.В. Богданова, С.П. Мишин.

Третье направление — информационные технологии. Создание современных информационных систем представляет собой сложнейшую задачу, решение которой требует применения специальных методик и инструментов. Нужда экономики в специалистах по информационным технологиям (системных аналитиках, проектировщиках, администраторах баз данных и т. д.) вызвала огромную популярность соответствующих специальностей в университетах. Да и вообще, современный специалист без знаний информационных технологий анахроничен. Случилось так, что интересы факультета привели к включению данного направления в сферу интересов кафедры. Для нас это самое молодое, наверное наименее развитое, но, вне всякого сомнения, очень перспективное направление развития. Здесь интересы кафедры также связаны с интересами учебного процесса. Кафедра ведет специализацию «математическое и программное обеспечение ЭВМ». Этот «третий кит», на котором держится кафедра, сам, в свою очередь, стоит на плечах энтузиастов кафедры: Е.Г. Григорьевой, В.А. Клячина, Ю.В. Помельникова, А.В. Шипиловой. Заметим также, что здесь неоценимую помощь нам оказывают друзья кафедры: А.Б. Батхин, И.Д. Киржнер и другие. Кроме того, в аспирантуру кафедры все чаще и чаще поступают выпускники специальности «Прикладная математика», неплохо владеющие данным предметом.

Математики, работавшие на кафедрах старых классических университетов, возможно, не поймут такого положения нашей кафедры. Но такова жизнь, в которой нет, как известно, худа без добра, и наличие этих трех направлений принесло кафедре немало плюсов, хотя и потребовало серьезного напряжения сил.

Не будем брать на себя дополнительных «сообщающихся», но, верим, что ближайшее пятилетие подтвердит правильность нашего выбора.

ПРИМЕЧАНИЯ

¹ Миклюков В.М. Геометрический анализ поверхностей нулевой средней кривизны // Научные школы ВолГУ. Геометрический анализ. Волгоград: Изд-во ВолГУ, 1999. С. 5—21.